

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ 2021–2022 уч. г. ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП  
9 класс**

1. На острове живут красные, жёлтые, зелёные и синие хамелеоны.

- В пасмурный день либо один красный хамелеон меняет окрас на жёлтый цвет, либо один зелёный хамелеон — на синий цвет.
- В солнечный день либо один красный хамелеон меняет окрас на зелёный цвет, либо один жёлтый хамелеон — на синий цвет.

В сентябре было 18 солнечных и 12 пасмурных дней. При этом количество жёлтых хамелеонов увеличилось на 5. На сколько увеличилось количество зелёных хамелеонов?

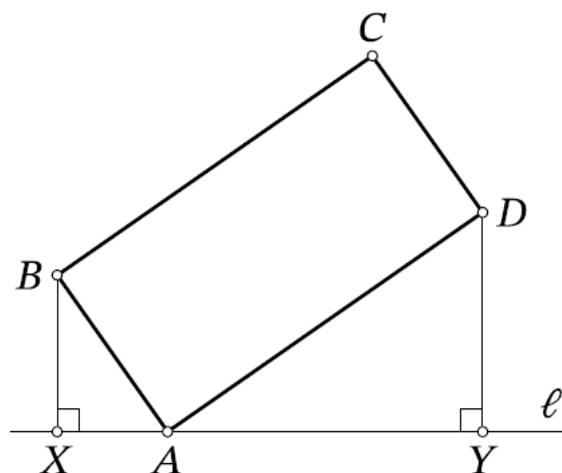
2. У Дениса есть карточки с числами от 1 до 50. Сколько существует способов выбрать две карточки так, чтобы разность чисел на карточках равнялась 11, а произведение делилось на 5?

Порядок выбранных карточек не важен: например, способ выбора карточек с числами 5 и 16, а также способ выбора карточек с числами 16 и 5 — это один и тот же способ.

3. Торговцы Андрей и Борис купили по 60 мешков картошки у одного и того же фермера. Все мешки стоили одинаково.

Андрей продал все свои мешки, увеличив их цену на 100 %. Борис же сначала увеличил цену на 60 %, а когда продал 15 мешков, увеличил цену ещё на 40 % и продал остальные 45 мешков. Оказалось, что Борис заработал на 1200 рублей больше Андрея. Сколько рублей стоил один мешок картошки у фермера?

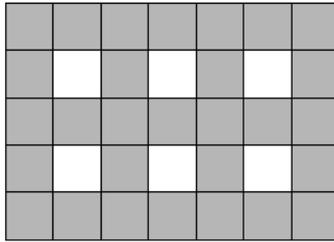
4. Через вершину  $A$  прямоугольника  $ABCD$  проведена прямая  $\ell$ , как изображено на рисунке. Из точек  $B$  и  $D$  опущены перпендикуляры  $BX$  и  $DY$  на прямую  $\ell$ . Найдите длину отрезка  $XY$ , если известно, что  $BX = 4$ ,  $DY = 10$ ,  $BC = 2AB$ .



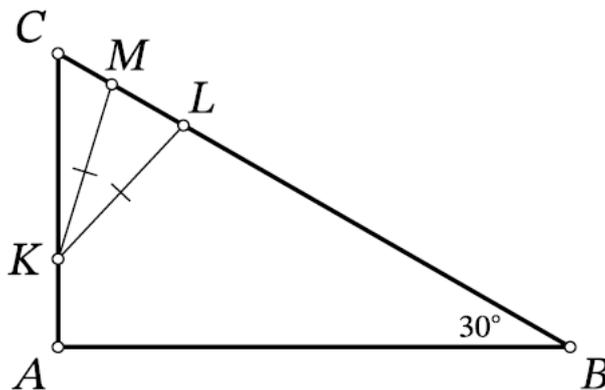
5. У Леонида есть белый клетчатый прямоугольник. Сначала он покрасил в серый цвет все столбцы через один, начиная с самого левого, а затем все строки через одну, начиная с самой верхней. Все клетки, примыкающие к границе прямоугольника, оказались закрашены.

Сколько закрашенных клеток могло получиться в прямоугольнике, если белых клеток осталось 74? Укажите все возможные варианты.

Пример раскраски прямоугольника  $5 \times 7$  изображён ниже.



6. В треугольнике  $ABC$  известны углы  $\angle B = 30^\circ$  и  $\angle A = 90^\circ$ . На стороне  $AC$  отмечена точка  $K$ , а на стороне  $BC$  — точки  $L$  и  $M$  так, что  $KL = KM$  (точка  $L$  лежит на отрезке  $BM$ ). Найдите длину отрезка  $LM$ , если известно, что  $AK = 4$ ,  $BL = 31$ ,  $MC = 3$ .



7. В школьном шахматном турнире участвовали 4 человека: Андрей, Ваня, Дима и Саша. Каждый сыграл дважды с каждым своим соперником. В каждой игре за победу давалось 1 очко, за ничью — 0,5 очков, за поражение — 0 очков.

Известно, что по окончании турнира

- все ребята набрали разное количество очков;
- Андрей занял первое место, Дима — второе, Ваня — третье, Саша — четвёртое;
- Андрей одержал столько же побед, сколько и Саша.

Сколько очков набрал каждый из ребят?

8. Целые числа  $n$  и  $m$  удовлетворяют неравенствам  $3n - m < 5$ ,  $n + m > 26$ ,  $3m - 2n < 46$ . Чему может равняться  $2n + m$ ? Укажите все возможные варианты.