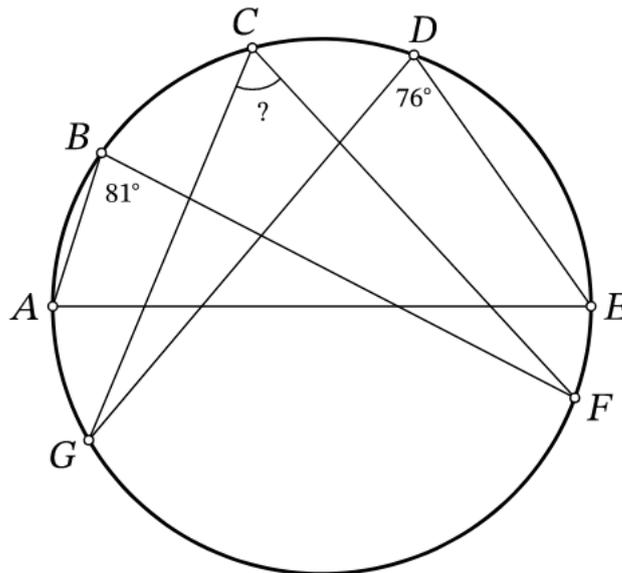


**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ 2021–2022 уч. г. ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП
10 класс**

1. Найдите наибольшее 12-значное натуральное число N , удовлетворяющее двум следующим условиям:

- В десятичной записи числа N шесть цифр «4» и шесть цифр «7»;
- В десятичной записи числа N никакие четыре подряд идущие цифры не образуют число «7444».

2. На окружности по часовой стрелке расположены точки A, B, C, D, E, F, G , как изображено на рисунке. Известно, что AE — диаметр окружности. Также известно, что $\angle ABF = 81^\circ$, $\angle EDG = 76^\circ$. Сколько градусов составляет угол FCG ?



3. Лёша разрезал куб $n \times n \times n$ на 153 меньших кубика. Причём у всех кубиков, кроме одного, длина ребра равна 1. Найдите n .

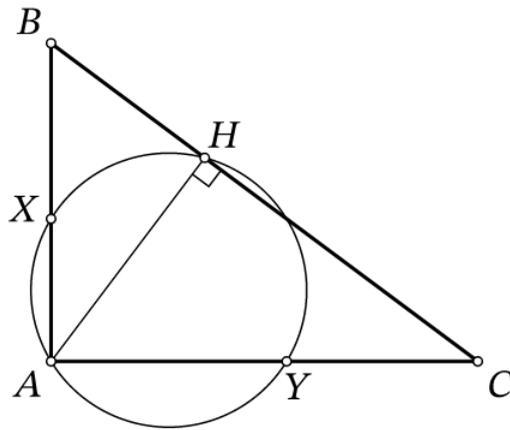
4. В классе учатся N школьников: несколько отличников и 8 хулиганов. Отличники всегда говорят правду, а хулиганы всегда врут.

Однажды все ученики этого класса сели за круглый стол, и каждый из них заявил всем остальным: «Как минимум треть из вас — хулиганы!»

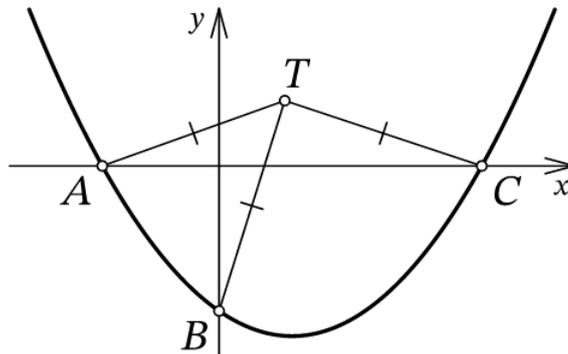
Чему может быть равно N ? Укажите все возможные варианты.

5. У Вики есть 60 карточек с числами от 1 до 60. Она хочет разбить все карточки на пары так, чтобы во всех парах получался один и тот же модуль разности чисел. Сколько существует способов так сделать?

6. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A проведена высота AH . Окружность, проходящая через точки A и H , пересекает катеты AB и AC в точках X и Y соответственно. Найдите длину отрезка AC , если известно, что $AH = 5$, $AY = 6$, $AB = 9$.



7. График функции $f(x) = \frac{1}{12}x^2 + ax + b$ пересекает ось Ox в точках A и C , а ось Oy — в точке B , как изображено на рисунке. Оказалось, что для точки T с координатами $(3;3)$ выполнено условие $TA = TB = TC$. Найдите b .



8. При каком наименьшем натуральном a на числовом интервале $(a, 3a)$ находится ровно 50 точных квадратов?